## Натуральные числа. Признаки делимости.



В некоторых случаях, не производя деления натурального числа *m* на натуральное число *n*, можно ответить на вопрос: выполнимо деление *m* на *n* без остатка или нет? Ответ на этот вопрос можно получить с помощью различ-ных признаков делимости.

**Т.1.1.** | Если каждое слагаемое делится на некоторое число, то и сумма делится на это число ( *теорема о делимости суммы*).

Не следует, однако, думать, что если каждое слагаемое суммы не делится на какое-то число, то и сумма не делится на это число. Например, сумма 37 +19 делится на 4, хотя ни 37, ни 19 не являются кратными числа 4. Заметим, однако, что если все слагаемые, кроме одного, делятся на некоторое число, то сумма не делится на это число.

**Т.1.2.** | Если в произведении хотя бы один из сомножителей делится на некоторое число, то и произведение де-лится на это число ( *теорема о делимости произведе-ния*).

Например, не выполняя умножения, можно утверждать, что произведение 105□48□93□54 делится на 5, так как 105 делится на 5.

**Т.1.3.** | Натуральное число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2 ( *признак делимости на 2*).

**Т.1.4.** | Натуральное число делится на 5 тогда и только тогда, когда его последняя цифра либо 0, либо 5 ( *признак делимости на 5*).

**Т.1.5.** | Натуральное число делится на 10 тогда и только тог-да, когда его последняя цифра 0 ( *признак делимости на 10*).

**Т.1.6.** | Натуральное число, содержащее не менее трех цифр, делится на 4 тогда и только тогда, когда делится на 4 двузначное число, образованное последними двумя цифрами заданного числа ( *признак делимости на 4*).

Доказательство проведем для пятизначного числа *abcde.*

Имеем $abcde = a \cdot 10\,000 + b \cdot 1\,000 + c \cdot 100 + d \cdot 10 + e$. Так как 100, 1000 и 10 000 де-лятся на 4, то делится на 4 и сумма 10 000 $a$ + 1000 $b$ + 100 $c$. Значит, если двузначное число $d \cdot 10+ e$ делится на 4, то и $abcde$ делится на 4; если же $10d + e$ не делится на 4, то и $abcde$ не делится на 4.

Например, число 15 436 делится на 4, так как число 36 де-лится на 4. Число 372 514 не делится на 4, так как 14 не делится на 4.

**Т.1.7.** | Натуральное число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3 ( *признак дели-мости на 3*).

Доказательство проведем для четырехзначного числа *abed.*

$abed = 1000a + 100b +10c+ d=(999a+a)+(99b + b)+(9c +c) +d =(999a + 99b + 9c) +(a+b+c$

$+ d$).

Числа 9, 99, 999 делятся на 3, поэтому $999a + 99b + 9c$ делится на 3, и сум-ма $(999a + 99b + 9c) + (a + b + c + d)$ будет делиться на 3 тогда и только тогда, когда делится на 3 сумма цифр $a + b + c + d$.

Например, число 2742 делится на 3, так как делится на 3 сумма цифр этого числа 2 + 7 + 4 + 2 =15. Число 17 941 не делится на 3, так как сумма цифр этого числа равна 22, а 22 не делится на 3.

**Т.1.8.** | Натуральное число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9 (*признак делимости на 9*).

**Источник:** "Математика: Справ, материалы: Кн. для учащих-ся.— М.: Просвещение, 1988. " **Авторы:** Гусев В. А., Мордкович А. Г. с. 13-14.